

Гомодинный квадратурный интерферометр перемещений для нового эталона килограмма на основе ватт-весов

Г. Н. Вишняков, В. Л. Минаев

ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений»,
Москва, Россия

В работе на основе формализма матриц Джонса описана оптическая схема однопроходного гомодинного интерферометра перемещений с квадратурным принципом регистрации фазы. Интерферометр построен по схеме Майкельсона, а для получения квадратурных сигналов со сдвигом фазы 90° используются поляризационные оптические элементы. Интерферометр предполагается использовать в составе нового отечественного эталона килограмма на основе ватт-весов для прецизионных измерений перемещений и скорости катушки в вертикальном направлении. Рассмотрены результаты моделирования оптической схемы интерферометра с целью оценки влияния на точность измерений несовершенства поляризационных элементов и их юстировки. Также рассмотрен алгоритм компенсации нелинейных эффектов, возникающих при квадратичном детектировании интерференционных сигналов. В докладе будут приведены результаты экспериментального опробования гомодинного интерферометра перемещений с квадратурным принципом регистрации фазы.

Ключевые слова: гомодинный, квадратурный, интерферометр перемещений, ватт-весы, эталон килограмма.

Цитирование: Вишняков, Г. Н. Гомодинный квадратурный интерферометр перемещений для нового эталона килограмма на основе ватт-весов / Г. Н. Вишняков, В. Л. Минаев // НОЛОЕХРО 2021 : XVIII Международная конференция по голографии и прикладным оптическим технологиям : Тезисы докладов. — М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2021. — С. 84–95.

Введение

В настоящее время многие единицы международной системы СИ выражаются через фиксированные значения фундаментальных констант. Так, единица массы — килограмм — определяется через постоянную Планка. Связать постоянную Планка и единицу массы позволяет устройство, которое предложил в 1975 году доктор Брайан Киббл из Национальной физической лаборатории Великобритании. Это устройство часто называют ватт-весы или киббл-весы и вес тела в них уравнивается электромагнитной силой, которая рассчитывается на основе постоянной Планка. В ряде метрологических лабораторий по всему миру, в том числе и России, сейчас идёт создание таких установок. Их целью является достичь относительную неопределённость измерений массы порядка 10^{-8} [1].

Измерения с помощью ватт-весов производятся в двух режимах [1] — взвешивания и калибровки. В режиме взвешивания вес пробной массы уравнивается силой, действующей на катушку с током, находящуюся в поле магнита. В режиме калибровки та же катушка перемещается в том же магнитном поле с постоянной скоростью. В этом случае получают информацию о конфигурации магнитного поля, свойствах катушки и магнита, и измеряют электри-

ческое напряжение, которое возникает в катушке. В обоих режимах необходимо измерять перемещение и скорость катушки и пробной массы в вертикальном направлении с высокой точностью. Для этой цели используют лазерные интерферометры перемещений, которые бывают двух типов: гомодинные и гетеродинные [1, 2].

Достоинства и недостатки гомодинных и гетеродинных интерферометров рассматривались во многих работах, например, обзоре [3]. Гомодинные интерферометры обладают компактностью, простотой оптической схемы, а также меньшей нелинейностью при измерении перемещений [4]. Для восстановления разности фаз между интерферирующими пучками, как правило, используются квадратурные сигналы, а для их получения применяют различные оптические схемы с поляризационными элементами.

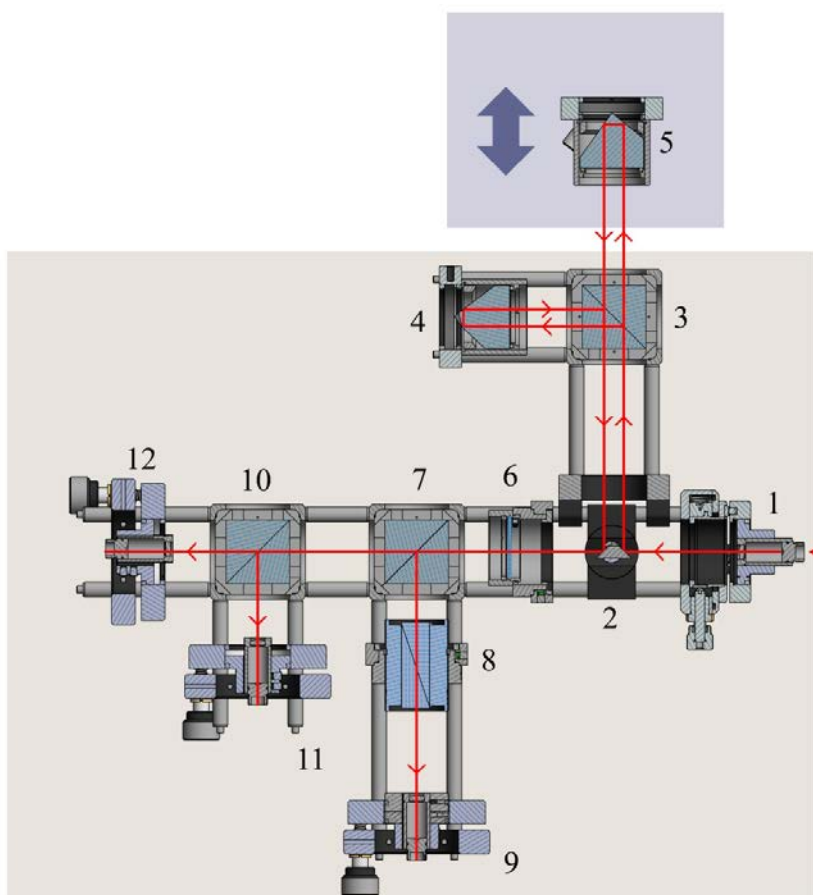
Для достижения субнанометровой точности измерений перемещений необходимо учитывать и компенсировать нелинейность гомодинных интерферометров, которая возникает от несовершенства поляризационных элементов, в первую очередь поляризационного светоделителя, различием в чувствительности и коэффициентах усиления детекторов и т. п. [4]. Поэтому в настоящее время активно ведутся работы по компенсации нелинейности гомодинных интерферометров, как с помощью численных методов, и в первую очередь с помощью широко распространенного алгоритма эллиптического фиттинга (elliptical least-squares fitting technique) [5], так и аппаратными методами [6–8].

В настоящей работе выбрана оптическая схема гомодинного интерферометра перемещений с квадратурным принципом регистрации фазы. Интерферометр предполагается использовать в составе нового отечественного эталона килограмма на основе ватт-весов для прецизионных измерений перемещений и скорости катушки в вертикальном направлении.

1. Оптическая схема интерферометра

Чертеж макета однопроходного гомодинного интерферометра перемещений с квадратурным принципом регистрации фазы, аналогичного тому, который используется в составе ватт-весов национального метрологического института Южной Кореи KRISS [9], приведен на рис. 1. Макет полностью спроектирован из покупных изделий фирмы ThorLabs, а для крепления и юстировки оптико-механических элементов используется кейдж-система этой же фирмы.

В качестве источника излучения применяется He-Ne лазер, стабилизированный по частоте, с волоконным выходом с сохранением поляризации и коллиматором 1. Направление плоскости поляризации линейно поляризованного лазерного излучения должно составлять 45° к горизонтальной плоскости оптического стола (x -плоскости, совпадающей с плоскостью листа). Доставленное излучение после отражения от первой зеркальной грани призмы 2 поступает в интерферометр Майкельсона, состоящий из поляризационного светоделительного кубика 3, неподвижного 4 и подвижного 5 трехгранных ретроотражателей (трипель-призм). После поляризационного светоделительного кубика 3 формируются два пучка света с ортогональной поляризацией, которые после отражения от трипель-призм 4, 5 и второй зеркальной грани призмы 2 поступают в регистрирующий блок интерферометра.



1 – волоконный коллиматор для ввода лазерного излучения от стабилизированного по частоте He-Ne лазера (не указан); 2 – призма с зеркальными гранями; 3 – поляризационный светоделительный кубик; 4 – неподвижный трехгранный ретроотражатель (трипель-призма); 5 – подвижный трехгранный ретроотражатель (трипель-призма); 6 – четвертьволновая пластинка, быстрая ось которой расположена под углом 45° к горизонтальной плоскости; 7 – неполяризационный светоделительный кубик; 8 – линейный поляризатор под углом 45° к горизонтальной плоскости; 9 – волоконный коллиматор, ведущий к 1-му фотодетектору; 10 – поляризационный светоделительный кубик; 11 – волоконный коллиматор, ведущий ко 2-му фотодетектору; 12 – волоконный коллиматор, ведущий к 3-му фотодетектору

Рис. 1. Чертеж макета гомодинного квадратурного интерферометра перемещений

Четвертьволновая пластинка 6, быстрая ось которой расположена под углом 45° к горизонтальной плоскости, преобразует поляризацию этих пучков в круговую. После отражения и прохождения через неполяризационный 7 и поляризационный 10 светоделительные кубики пучки направляются к волоконным коллиматорам 9, 11, 12, которые соединены волоконными жгутами с соответствующими фотодетекторами (на рис. 1 не показаны). При этом излучение, которое направляется к коллиматору 9, вначале проходит линейный поляризатор 8, расположенный под углом 45° к горизонтальной плоскости.

Смещение ретроотражателя 5 в предметном плече интерферометра измеряется путём детектирования фазы сигнала, образующегося в результате интерференции лучей. В общем случае для вычисления фазы сигнала необходимо две квадратурных компоненты, однако в

данной установке используется три: 0° , 90° и 180° . Это необходимо для частичного устранения постоянной составляющей сигналов.

2. Применение формализма Джонса для описания оптической схемы гомодинного интерферометра

В настоящем разделе рассмотрим как образуются квадратурные сигналы с помощью поляризационных элементов. Для этого используем формализм матриц Джонса [10]. Лазерное излучение, попадающее в интерферометр из волоконного коллиматора 1, после поляризационного светоделительного кубика 3 (см. рис. 1) делится на два пучка с ортогональной линейной поляризацией. Причем, отраженное от светоделительной грани кубика излучение будет иметь вертикальную линейную поляризацию (вдоль оси y), а прошедшее излучение — горизонтальную линейную поляризацию (вдоль оси x). Для горизонтальной и вертикальной поляризации нормированные вектора Джонса записываются в следующем виде [10].

$$\mathbf{E}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{E}(90) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Излучение с вертикальной поляризацией (2) направляется на неподвижный уголкового ретроотражатель 4 и служит опорным пучком. Излучение с горизонтальной поляризацией (1) попадает на уголкового ретроотражатель 5, закрепленный на движущейся катушке эталона килограмма, и он является предметным пучком. При перемещении катушки на величину $u(t)$ фаза предметного пучка относительно опорного изменится на величину

$$\delta(t) = \frac{4\pi}{\lambda} u(t), \quad (3)$$

где λ — длина волны стабилизированного лазерного излучения.

С учетом этого вектор Джонса для предметного пучка можно переписать в виде

$$\mathbf{E}(0) = \exp(i\delta) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Таким образом, на вход блока регистрации поступают два когерентных пучка лазерного излучения — предметный (4) и опорный (2), имеющие ортогональную поляризацию и распространяющиеся по одному направлению. В блоке регистрации находятся разные поляризационные элементы, которые описываются следующими матрицами Джонса [10].

1. Четвертьволновая пластинка 6, быстрая ось которой ориентирована под углом 45° к оси x .

$$gwp(45) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

2. Неполяризационный (обычный) светоделительный кубик 7 с соотношением 50% на 50% имеет следующие матрицы Джонса для отраженного (reflection) и прошедшего (transmission) света.

$$bsr = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$bst = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

3. Поляризационные светоделительные кубики 3 и 10, матрицы Джонса для прошедшего излучения совпадает с матрицей Джонса для линейного поляризатора, ориентированного под углом 0° к оси x .

$$pbs_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

а для отраженного от светоделительной грани — с матрицей Джонса для линейного поляризатора, ориентированного под углом 90° к оси x , т. е. вдоль оси y .

$$pbs_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

4. Линейный поляризатор 8, ориентированный под углом 45° к оси x .

$$p(45) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Если же линейный поляризатор ориентирован под произвольным углом θ к оси x , то его матрица Джонса будет такая.

$$p(\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Согласно [10, 11], преобразование поляризации рядом последовательно расположенных оптических устройств описывается результирующей матрицей, которая вычисляется как произведение соответствующих частных матриц, причем порядок перемножения обратен порядку прохождения излучением системы оптических элементов.

1. В первом канале оба пучка (предметный и опорный) сначала проходят четвертьволновую пластинку 6, далее отражаются от светоделительной грани обычного (неполяризованного) кубика 7 и, наконец, проходят через линейный поляризатор 8, ориентированный под углом 45° к оси x .

Обозначим результирующую матрицу для 1-го канала через $K1$, тогда ее можно записать в виде

$$K1 = qwp(45) \cdot bsr \cdot p(45). \quad (12)$$

Согласно формализму Джонса, излучение, прошедшее через один или несколько последовательно расположенных поляризационных элементов, описывается произведением входного вектора Джонса на результирующую матрицу Джонса. Поэтому можно записать

$$E_1(0) = K1 \cdot E(0) = \frac{\sqrt{2}}{4} \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \exp(i\delta) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$E_1(90) = K1 \cdot E(90) = \frac{\sqrt{2}}{4} \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \exp(i\pi) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Таким образом, на 1-ый фотодетектор через коллиматор 9 на рис. 1 приходит сумма когерентных световых полей, которые описываются коллинеарными векторами (13), (14), параллельными оси пропускания поляризатора 8.

$$E_{d1} = E_1(0) + E_1(90) = \frac{\sqrt{2}}{4} [\exp(i\pi) + \exp(i\delta)] \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Данная сумма полей направляется на 1-ый фотодетектор, который регистрирует интенсивность. Известно [10, 11], что интенсивность излучения вычисляется как произведение вектора Джонсона на комплексно сопряженный ему транспонированный вектор, поэтому

$$I_{d1}(t) = 2 \cdot \frac{1}{8} \left| [\exp(i\pi) + \exp(i\delta)] \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \right|^2 = \frac{1}{2} \{1 + \cos[\delta(t) - \pi]\}. \quad (16)$$

Таким образом, в 1-ом канале фотодетектор регистрирует гармонический сигнал (16), фаза которого связана с перемещением катушки $u(t)$ по формуле (3) и сдвинута на $-\pi$ радиан.

2. Во втором канале оба пучка также сначала проходят четвертьволновую пластинку 6, затем через обычный (неполяризационный) кубик 7 и отражаются от светоделительной грани поляризационного светоделителя 10.

Обозначим результирующую матрицу для 2-го канала через $K2$, тогда ее можно записать в виде

$$K2 = qwp(45) \cdot bst \cdot pbs_y. \quad (17)$$

Тогда поле излучения, прошедшего через эти последовательно расположенные поляризационные элементы, можно записать в следующем виде

$$E_2(0) = K2 \cdot E(0) = \frac{1}{2} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \exp(i\delta) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$E_2(90) = K2 \cdot E(90) = \frac{1}{2} \exp(i\pi) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Таким образом, на 2-ой фотодетектор через коллиматор 11 на рис. 1 приходит сумма когерентных световых полей, которые описываются коллинеарными векторами (18), (19), лежащими в вертикальной плоскости.

$$E_{d2} = E_2(0) + E_2(90) = \frac{1}{2} [\exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) + \exp(i\delta)] \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Данная сумма полей направляется на 2-ой фотодетектор, который регистрирует интенсивность.

$$I_{d2}(t) = \frac{1}{4} \left| \left[\exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) + \exp(i\delta) \right] \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \right|^2 = \frac{1}{2} \{1 + \cos[\delta(t) - \frac{\pi}{2}]\}. \quad (21)$$

Видно, что во 2-ом канале фотодетектор регистрирует также гармонический сигнал (21), фаза которого связана с перемещением катушки $u(t)$ по формуле (3) и сдвинута на $-\pi/2$ радиан.

3. В третьем канале оба пучка также сначала проходят четвертьволновую пластинку 6, затем через обычный (неполяризационный) кубик 7 и проходят через поляризационный светоделитель 10 на рис. 1.

Обозначим результирующую матрицу для 3-го канала через $K3$, тогда ее можно записать в виде

$$K3 = qwp(45) \cdot bst \cdot pbs_x. \quad (22)$$

Поле излучения, прошедшего через эти последовательно расположенные поляризационные элементы, можно записать в следующем виде.

$$\mathbf{E}_3(\mathbf{0}) = \mathbf{K}\mathbf{3} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{0}) = \frac{1}{2} \exp(i\delta) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$\mathbf{E}_3(\mathbf{90}) = \mathbf{K}\mathbf{3} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{90}) = \frac{1}{2} \exp(-i\frac{\pi}{2}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Таким образом, на 3-ий фотодетектор через коллиматор 12 на рис. 1 приходит сумма когерентных световых полей, которые описываются коллинеарными векторами (23), (24), лежащими в горизонтальной плоскости.

$$\mathbf{E}_{d3} = \mathbf{E}_3(\mathbf{0}) + \mathbf{E}_3(\mathbf{90}) = \frac{1}{2} [\exp(-i\frac{\pi}{2}) + \exp(i\delta)] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Данная сумма пучков направляется на 3-ий фотодетектор, который регистрирует интенсивность.

$$I_{d3}(t) = \frac{1}{4} \left| \left[\exp(-i\frac{\pi}{2}) + \exp(i\delta) \right] \right|^2 = \frac{1}{2} \{1 + \cos[\delta(t) + \frac{\pi}{2}]\}. \quad (26)$$

В 3-ем канале фотодетектор регистрирует также гармонический сигнал (26), фаза которого связана с перемещением катушки $u(t)$ по формуле (3) и сдвинута на $+\pi/2$ радиан.

Таким образом, показано, что приведенная конфигурация поляризационных элементов позволяет получить три гармонических сигнала (16), (21) и (26), причем фаза двух сигналов (21) и (26) смещена относительно третьего сигнала (16) на $-\pi/2$ и $+\pi/2$, соответственно.

Из полученных трех сигналов можно сформировать два квадратурных сигнала без постоянной (аддитивной) составляющей. Вычитая сигналы друг из друга и используя тригонометрические формулы для суммы и разности углов, получим следующие выражения для квадратурных сигналов.

$$I_x(t) = I_{d2}(t) - I_{d1}(t) = \sqrt{2} \sin \left[\delta(t) + \frac{\pi}{4} \right], \quad (27)$$

$$I_y(t) = I_{d3}(t) - I_{d1}(t) = \sqrt{2} \cos \left[\delta(t) + \frac{\pi}{4} \right]. \quad (28)$$

Поделив (27) на (28) и применив операцию \arctg имеем

$$\delta(t) = \arctg \left[\frac{I_{d2}(t) - I_{d1}(t)}{I_{d3}(t) - I_{d1}(t)} \right] - \frac{\pi}{4}. \quad (29)$$

Используя выражение (3) получим окончательную формулу для вычисления искомого перемещения.

$$u(t) = \frac{\lambda}{4\pi} \arctg \left[\frac{I_{d2}(t) - I_{d1}(t)}{I_{d3}(t) - I_{d1}(t)} \right] - \frac{\pi}{16}. \quad (30)$$

После применения данной формулы необходимо выполнить операцию «сшивки» фазы.

3. Моделирование оптических полей, которые возникают после прохождения поляризационных элементов

Как отмечается в работе [12] ключевой проблемой гомодинных квадратурных интерферометров является повышенная чувствительность погрешности восстановления фазы к отклонению фазовых углов волновых пластинок (четверть- и полуволновых) от их номинального значения.

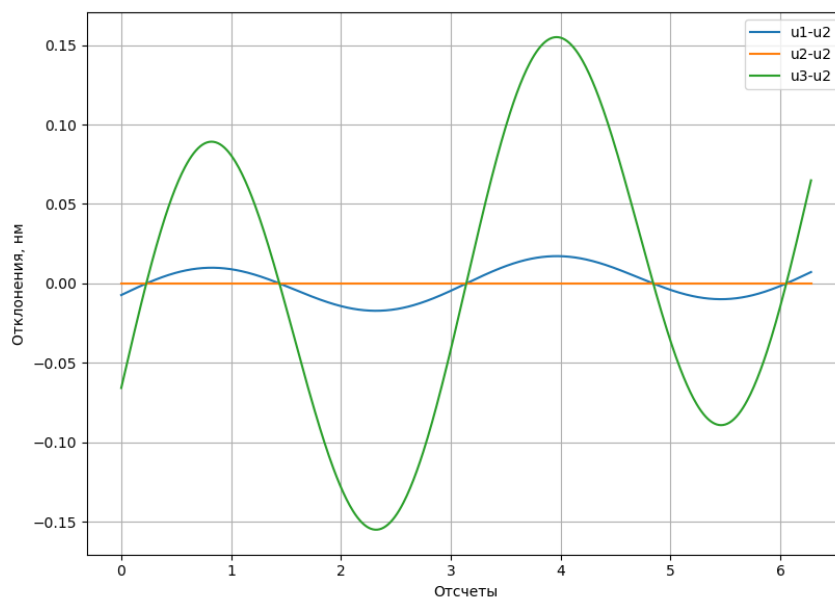


Рис. 2. Зависимость отклонений перемещений $u_1 - u_2$ и $u_3 - u_2$ от отсчетов времени

Поэтому в настоящей работе на основе формализма матриц Джонса с помощью библиотеки SymPy 1.6.2 символьных вычислений в среде Python 3.8 проведен расчет оптических полей, которые возникают после прохождения поляризационных элементов, что позволило оценить влияние на измерения перемещений неточности их установки.

Для упрощения моделирования в оптической схеме интерферометра на рис. 1 использованы только два поляризационных элемента — четвертьволновая пластинка и поляризатор. Обычный светоделительный кубик исключен из рассмотрения, т. к. он не влияет на поляризационные характеристики излучения. Поляризационный светоделительный кубик на отраженное излучение действует как линейный поляризатор, ориентированный под углом 90° к оси x , а на прошедшее излучение — как линейный поляризатор, ориентированный под углом 0° к оси x . Поэтому при моделировании угол поворота поляризатора принимает три значения 0 , $\pi/4$ и $\pi/2$.

Матрица оптической системы из этих двух оптических элементов представляет собой произведение матрицы Джонса поляризатора p для произвольного угла поворота θ [см. формулу (11)] и четвертьволновой пластины qwp для произвольного угла φ [10, 11].

$$qwp(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 + i \cdot \cos(\varphi) & i \cdot \sin(\varphi) \\ i \cdot \sin(\varphi) & 1 - i \cdot \cos(\varphi) \end{pmatrix}, \quad (31)$$

С помощью библиотеки символьных вычислений SymPy 1.6.2 были получены аналитические формулы для зависимости интенсивностей выходных сигналов I_1 , I_2 , I_3 от угла поворота четвертьволновой пластины φ при трех фиксированных значениях угла θ вращения поляризатора 0 , $\pi/4$ и $\pi/2$. Затем эти значения интенсивностей подставлялись в формулу (30) и восстанавливались временные зависимости перемещений $u_1(t)$, $u_2(t)$ и $u_3(t)$, соответственно, для углов $\varphi_1 = 46^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$ и $\varphi_3 = 48^\circ$.

При равномерном движении уголкового ретроотражателя со скоростью V для правильного угла поворота четвертьволновой пластинки $\varphi_2 = 45^\circ$ зависимость $u_2(t)$ представляет собой прямую, проходящую через начало координат под углом, тангенс которого равен скорости V .

Если четвертьволновая пластинка установлена под неправильным углом, отличным от 45° , то возникают отклонения от этого линейного закона, приводящие к погрешности измерения перемещений. Для более наглядной визуализации этих отклонений на рис. 2 приведены «разностные» зависимости $u_1(t) - u_2(t)$ и $u_3(t) - u_2(t)$, из которых видно, что для углов φ , отличающихся от точного угла на 1° и 3° , т. е. для углов 46° и 48° , эти отклонения одинаковы и не превышают 0,2 нм.

4. Моделирование квадратурных сигналов на фотоприемниках

Для идеальной оптической схемы интерферометра квадратурные сигналы описываются выражениями (27) и (28). Однако реальные квадратурные сигналы отличаются от «идеальных» из-за различного рода нелинейностей [4–8]. Они вызваны несовершенством поляризационных элементов, в первую очередь поляризационного светоделителя, различием в чувствительности и коэффициентах усиления детекторов [5]. Поэтому реальные квадратурные сигналы можно описать следующими выражениями.

$$I_x(t) = a_x + b_x \sin[\delta(t)], \quad (32)$$

$$I_y(t) = a_y + b_y \cos[\delta(t) + \Delta], \quad (33)$$

где параметры a_x, b_x , — описывают постоянный фон (аддитивная составляющая сигналов DC offsets); a_y, b_y — описывают амплитуду модуляции сигналов (мультипликативная составляющая сигналов AC); параметр Δ — описывает наличие дополнительного фазового сдвига, кроме необходимого в 90° . Поэтому для реальных квадратурных сигналов пользоваться формулой (30) для определения перемещения $u(t)$ нельзя.

Введем следующие обозначения

$$c_x = \frac{I_x(t) - a_x}{b_x}, \quad c_y = \frac{I_y(t) - a_y}{b_y}.$$

Тогда из (32) и (33) несложно получить, что

$$\delta(t) = \arctg \left(\frac{c_x \cdot \cos(\Delta)}{c_y + c_x \cdot \sin(\Delta)} \right). \quad (34)$$

Из (34) следует, что для определения фазы кроме самих сигналов (32) и (33) необходимо также знать параметры сигналов a_x, b_x, a_y, b_y и Δ .

Для их определения в работе [5] была предложена вычислительная процедура, названная эллиптическим фитингом. Если построить зависимость сигналов на фотоприемниках, задаваемых формулами (32), (33), друг от друга $I_y(I_x)$, то полученная кривая будет представлять собой эллипс (фигуру Лиссажу). В реальном эксперименте квадратурные сигналы будут зашумлены, так как фотоприёмники имеют определенный уровень шумов.

Моделирование проводилось по следующей схеме.

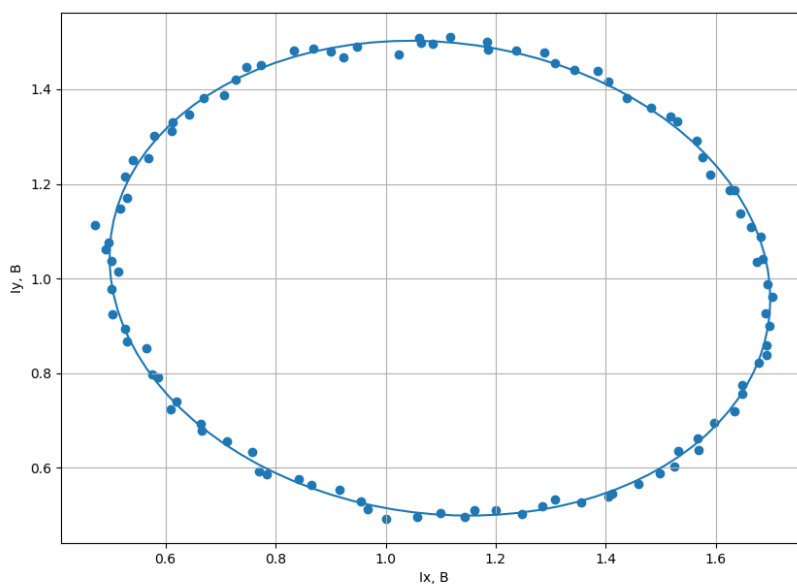


Рис. 3. Зависимость сигналов $I_y(I_x)$ при следующих параметрах сигналов: $a_x = 1,0$, $b_x = 0,5$, $a_y = 1,1$, $b_y = 0,6$ и $\Delta = 5^\circ$ при уровне шума $RMS = 0,01$

1. Сначала задавались параметры квадратурных сигналов, а именно, число отсчетов сигнала на период N , параметры a_x , b_x , a_y , b_y , Δ и RMS шума для точной фазы $\delta(t)$, изменяющейся по линейному закону при равномерном перемещении катушки.

2. Далее с помощью процедуры эллиптического фитинга находились параметры сигналов a_x , b_x , a_y , b_y и Δ .

3. По формуле (34) вычислялась новая фаза для реальных квадратурных сигналов.

4. Так как в формуле (34) присутствует арктангенс, то возможно наличие разрывов фазы, которые устранялись с помощью операции «сшивки».

5. Вычисленная фаза аппроксимировалась прямой и из нее вычиталась исходная точная фаза.

6. Для перехода от фазы к перемещению умножаем полученную разность фаз на $\lambda/4\pi$ ($\lambda = 632$ нм) и находим максимальное отклонение закона перемещения катушки от линейного.

В работе рассмотрена модель шума в виде аддитивной составляющей сигнала, имеющей гауссово распределение. Зависимость $I_y(I_x)$ при параметрах сигналов $a_x = 1,0$, $b_x = 0,5$, $a_y = 1,1$, $b_y = 0,6$, $\Delta = 5^\circ$ и уровне шума $RMS = 0,01$ представлена точками на рис. 3.

На этом же рис. 3 сплошной линией показан эллипс, который был рассчитан с помощью процедуры эллиптического фитинга, и он наилучшим образом аппроксимирует зависимость $I_y(I_x)$ в присутствии шума.

На рис. 4 приведен результат моделирования, проведенный по описанной схеме и для указанных выше параметров, но для меньшего уровня шума $RMS = 0,001$, который соответствует реальному шуму фотоприемников в несколько мВ. Из графика видно, что погрешность восстановления искомого перемещения по реальным квадратурным сигналам амплитудой 1 В в присутствии шумов не превышает 0,3 нм.

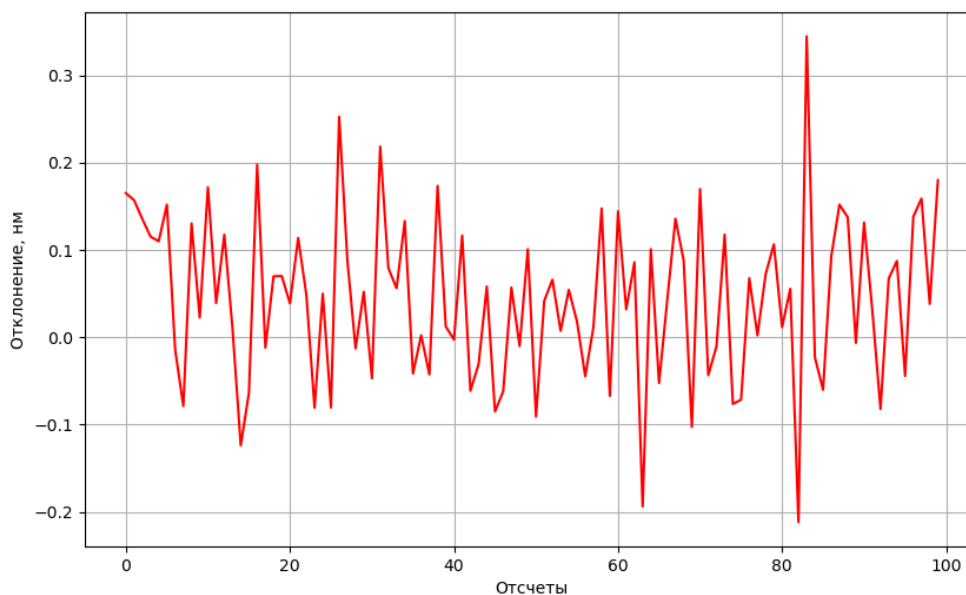


Рис. 4. Отклонение восстановленного перемещения от линейного после применения процедуры эллиптического фиттинга при уровне шума $RMS = 0,001$

Заключение

На основе формализма матриц Джонса в работе получены формулы для квадратурных сигналов, на их основе проведено математическое моделирование оптических полей, которые возникают после прохождения поляризационных элементов. Показано, что неточность поворота четвертьволновой пластинки в диапазоне от 1° до 3° приводит к незначительной погрешности 0,2 нм в измерении перемещения. Также рассмотрен и промоделирован алгоритм компенсации нелинейных эффектов, возникающих при квадратичном детектировании интерференционных сигналов. Показано, что погрешность восстановления искомого перемещения по реальным квадратурным сигналам в присутствии шумов методом эллиптического фиттинга не превышает 0,3 нм.

Список источников

- [1] **Robinson, I. A.** [The watt or Kibble balance: a technique for implementing the new SI definition of the unit of mass](#) / I. A. Robinson, S. Schlaminger // Metrologia. — 2016. — Vol. 53. — № 5. — P. A46–A74.
- [2] **Коронкевич, В. П.** Лазерная интерферометрия / В. П. Коронкевич, В. С.Соболев, Ю. Н. Дубнищев. — Новосибирск : Наука, 1983. — 212 с.
- [3] **Watchi, J.** [Contributed Review: A review of compact interferometers featured](#) / J. Watchi, S. Cooper, B. Ding, C. M. Mow-Lowry, C. Collette // Review of Scientific Instruments. — 2018. — Vol. 89. — № 12. — P. 121501
- [4] **Wu, C.-m.** Nonlinearity in measurements of length by optical interferometry / C.-m. Wu, C.-s. Su // Measurement Science and Technology. — 1996. — Vol. 7. — № 1. — P. 62–68.
- [5] **Wu, C.-m.** Correction of nonlinearity in one-frequency optical interferometry / C.-m. Wu, C.-s. Su, G.-S. Peng // Measurement Science and Technology. — 1996. — Vol. 7. — № 4. — P. 520–524.
- [6] **Cui, J.** [Homodyne laser interferometer involving minimal quadrature phase error to obtain subnanometer nonlinearity](#) / J. Cui, Z. He, Y. Jiu, J. Tan, T. Sun // Applied Optics. — 2016. — Vol. 55. — № 25. — P. 7086–7092.

- [7] **Hu, P.** [DC-offset-free homodyne interferometer and its nonlinearity compensation](#) / P. Hu, J. Zhu, X. Zhai, J.-B. Tan // Optics Express. — 2015. — Vol. 23. — № 7. — P. 8399–8408.
- [8] **Yan, L.** [Precision PGC demodulation for homodyne interferometer modulated with a combined sinusoidal and triangular signal](#) / L. Yan, Z. Chen, B. Chen, J. Xie, S. Zhang, Y. Lou, E. Zhang // Optics Express. — 2018. — Vol. 26. — № 4. — P. 4818–4831.
- [9] **Kim, D.** [Design of the KRISS watt balance](#) / D. Kim, B. C. Woo, K. C. Lee, K. B. Choi, J. A. Kim, J. W. Kim, J. Kim // Metrologia. — 2014. — Vol. 51. — № 2. — P. S96–100.
- [10] **Джеррард, А.** Введение в матричную оптику / А. Джеррард, Дж. М. Бёрч; пер. А. И. Божкова и Д. В. Власова под ред. В. В. Коробкина. — М. : Мир, 1978. — 341 с.
- [11] **Ищенко, Е. Ф.** Поляризационный анализ / Е. Ф. Ищенко, А. Л. Соколов — М. : Издательство «Знак», 1998. — 208 с.
- [12] **Cui, J.** [Realization of robust homodyne quadrature laser interferometer by performing wave plate yawing to realize ultra-low error sensitivity](#) / J. Cui, Z. He, J. Tan, T. Sun // Optics Express. — 2016. — Vol. 24. — № 20. — P. 23505–23518.